NOM POUPA

Prénom Adrien

Promo M1 2018

Date 09/01/17

POUPA Adrien
M1 - 2016

15,

1/2

MATIÈRE Théorie de l'information

1) Communication numérique

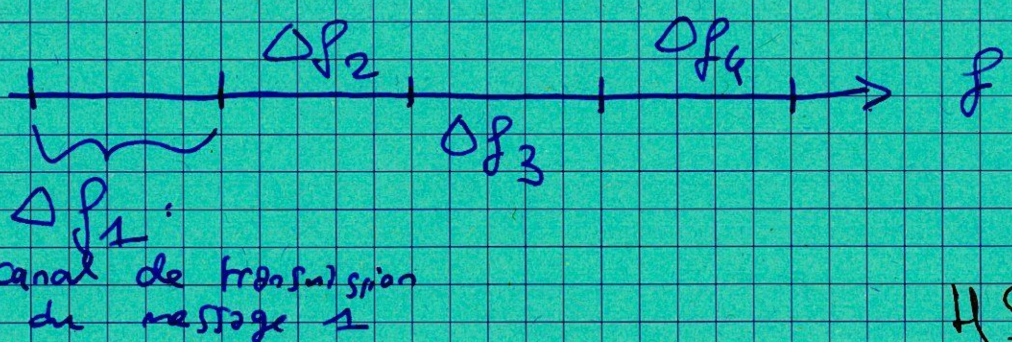
1

1-1 Codage de voie

1 Les codages en bandes de base et en bandes transposés sont deux types de codage de voie.

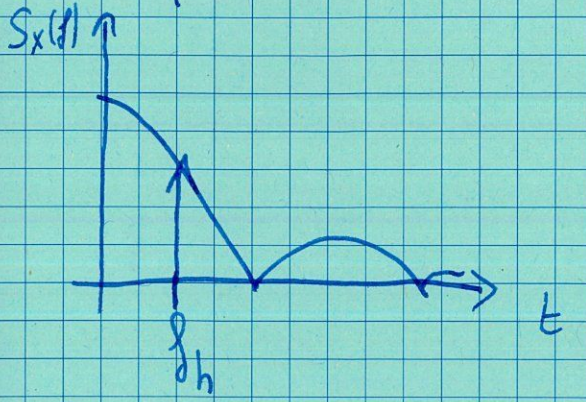
Le premier est utilisé pour transmettre un seul message, non codé.

Le codage en bande transposée sert à transmettre plusieurs message en séparant la bande en différents canaux de transmission :



HS.

2. Spectre :



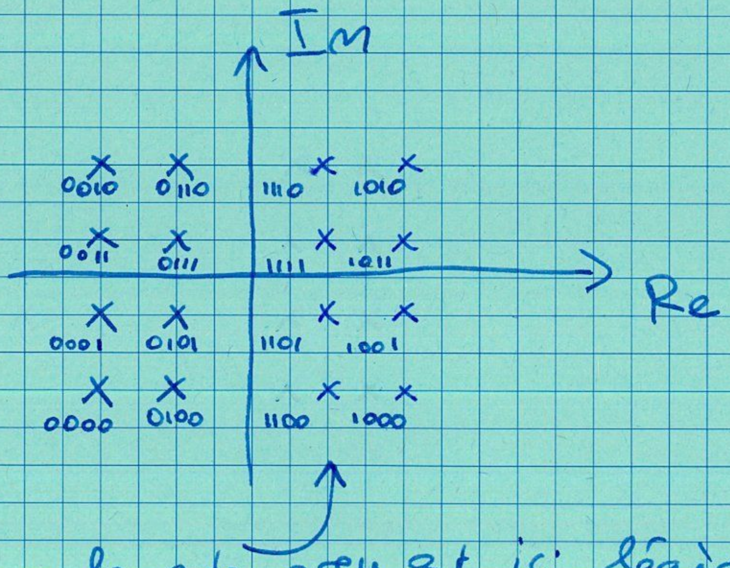
Ce codage n'existe pas — ok

1.2 Modulation en quadrature

1.5

1.

2. M=16



le code grey est ici légèrement décalé :

val1 $\overset{1}{\times}$ val2 $\overset{2}{\times}$

2) Théorie de l'information

7.5

2.1. Information et entropie

1. $I(X)$ représente l'information apportée par la réalisation de $X = x$

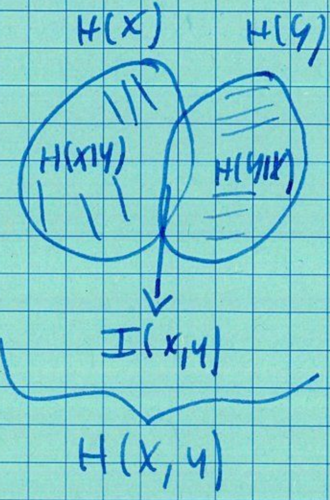
2. $I(X, Y)$ représente l'information apportée par la réalisation conjointe de $X = x$ et de $Y = y$,
+ ~~in~~dépendance entre X et Y.

3. $I(X, X) = H(X)$

4. Dans le cours, on a prouvé $H(X) \leq \log_2(M)$, avec $M = 2^n$, n nombre de bits et M étant égale aux valeurs prises. (M : valence).

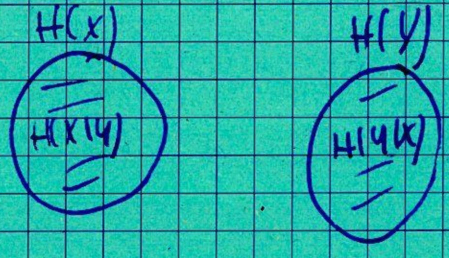
Si les distributions de probabilité de X sont équiprobables alors $H(X)$ est maximale et par conséquent $H(X) = \log_2(M)$.

5. Diagramme de Venn :



On en tire : $H(X|Y) = H(X) - I(X,Y)$
ou $H(X|Y) = H(Y) - I(X,Y)$

6. Si X et Y indépendants :



Donc $H(X|Y) = H(X)$
et $H(X,Y) = H(X) + H(Y)$

7. On a une chaîne de Markov. Dans une chaîne de Markov, tout traitement fait perdre de l'information. L'information apportée sur Z par X est moindre que celle sur Z par Y.

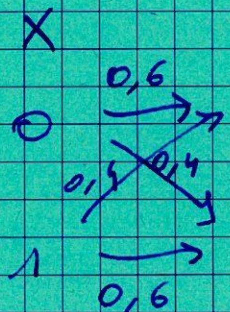
$\Rightarrow I(X,Z) \leq I(Y,Z)$

2.2. Étude d'un canal binaire symétrique

2

1. On a : $p(y|x) = 0,4$ si $y \neq x$

$p(y|x) = 0,6$ si $y = x$



Matrice associée : $\begin{bmatrix} 0,6 & 0,4 \\ 0,4 & 0,6 \end{bmatrix}$

valeur 0 ou 1

2. $Z = p$ si $y = x$

$Z = 1-p$ si $y \neq x$

avec $p = 0,6$.

3. $I(X,Y) = H(Y) - H(Y|X)$ | $H(Y)$ est max ⇔

$I(X,Y)$ est maximale quand | les probabilités sont équiprobables

$\neq H(Y)$

NOM POUPA

Prénom Adrien

Promo M1 2018

Date 04/01/17

2/2

MATIÈRE Théorie de l'information

c'est à dire $p = 0,5$

On a : $H(Y|X) = p \log_2\left(\frac{1}{p}\right) + (1-p)\log_2\left(\frac{1}{1-p}\right)$

1

$H(Y|X) = H_2(p)$

$\Rightarrow C = H(Y) - H_2(p)$

On a vu que $H(Y) \leq \log_2(M)$

On veut maximiser cette valeur $\Rightarrow H(Y) = \cancel{\log_2(M)}$ oui

$\iff \boxed{H(Y) = 1}$ ou

ok.

On en tire que $C = 1 - H_2(p)$

A. N. $C = \cancel{0,}$

2.3 Codage de source, codage de source optimale

3

1. Ce code n'est pas à décodage unique car il ne respecte pas les conditions d'un tel code : il n'est pas à longueur fixe, et il n'y a pas de séparateur défini dans l'alphabet (à moins que 0 le soit, ce qui n'est pas précisé). Vu que le code n'a pas de préfixe pour chacun de ses éléments, il n'est pas instantané.

0

2. $l_i = -\log_2(p_i)$

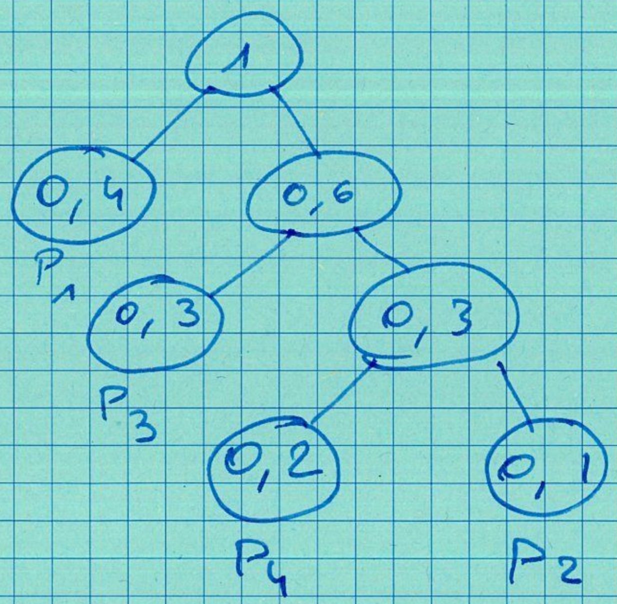
$l_1 = -\log_2(0,4) = 1,32$

$l_2 = -\log_2(0,1) = 3,32$

$l_3 = -\log_2(0,3) = 1,74$

$l_4 = -\log_2(0,2) = 2,32$

Arbre de codage optimal :
Huffman



1,32

profondeur

$R = 0,4 + 2 \times 0,3 + 3 \times 0,2 + 3 \times 0,1$

$R = 1,9$ bits/symbole

Inégalité de Kraft-McMillan : $\sum_i M^{-l_i} \leq 1$

$M = 4$

$$\Rightarrow 4^{-1,32} + 4^{-3,32} + 4^{-1,74} + 4^{-2,32} = 6,37 \not\leq 1$$

(L'inégalité de Kraft-McMillan n'est pas vérifiée, le code n'est pas instantané.)